



زمان ۴۵ دقیقه

درس ریاضی ۳

دبیر آکادمی فدوی

مبحث مشتق جامع

شماره آزمون ۳

نام و نام خانوادگی

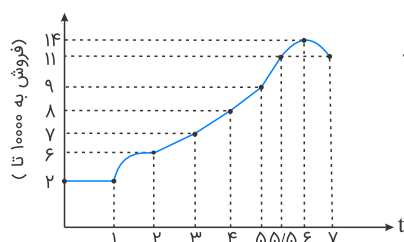
۱ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر آن، به صورت $y = 3x + 1$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۳ (۴) -۴

۲ متحرکی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی $[1, 5]$ چقدر از سرعت لحظه‌ای آن در زمان $t = 3$ بیشتر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) صفر (۴) -۱۰

۳ نمودار فروش یک محصول در طی هفت ماه متوالی به صورت زیر است. کدام گزینه نادرست است؟



(۱) آهنگ متوسط فروش در نیمه ابتدایی ماه ششم از نیمه دوم این ماه کمتر است.

(۲) بیشترین فروش در ابتدای ماه هفتم است.

(۳) از ماه سوم تا پایان ماه هفتم به طور متوسط در هر ماه ۲۰ هزار کالا فروخته شده.

(۴) بیشترین آهنگ متوسط فروش متعلق به ماه ششم است.

۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)(\sqrt[3]{x} + x)}{x\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

کدام یک از توابع زیر دارای خط مماس قائم است؟

۵

$$y = \sqrt[3]{x+1} \quad (۲)$$

$$y = x|x| \quad (۱)$$

$$y = x\sqrt[3]{x} \quad (۴)$$

$$y = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} \quad (۳)$$

در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + ax + b} & ; x > 1 \\ 4x - 1 & ; x \leq 1 \end{cases}$ ، مشتق راست تابع در نقطه $x = 1$ برابر با ۱ می‌باشد
($f'_+(1) = 1$) در این صورت حاصل $a + 2b$ کدام است؟

۶

$$۸ \quad (۲)$$

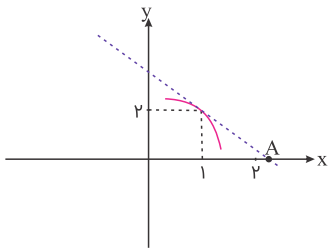
$$۶ \quad (۱)$$

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۱۰ \quad (۳)$$

اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 - \omega h) - f(1)}{2h} = 4$ باشد، مختصات نقطه A روی شکل کدام است؟

۷



$$\left(\frac{7}{4}, 0\right) \quad (۱)$$

$$\left(\frac{9}{4}, 0\right) \quad (۲)$$

$$\left(\frac{13}{4}, 0\right) \quad (۳)$$

$$\left(\frac{11}{4}, 0\right) \quad (۴)$$

اگر f در $x = 1$ مشتق پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$ باشد، مشتق تابع $y = f(x - f(x))$ در $x = 1$ کدام است؟

۸

$$-4 \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

$$-20 \quad (۴)$$

$$-10 \quad (۳)$$

در تابع $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ با دامنه $x > -1$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع f نسبت به متغیر x در بازه $\left[\frac{-2}{3}, 2\right]$ ، با آهنگ لحظه‌ای در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

۹

$$۱ \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

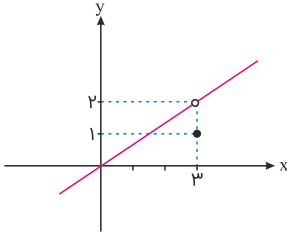
$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

۱۰ اگر $f(x) = x^2 + 3$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h - 2) - f(-h - 2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) -۴
(۳) -۸
(۴) -۱۲

۱۱ اگر نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر و $f(x) = (x^2 - 5x + 6)g(x)$ باشد، حاصل $f'(3)$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

۱۲ اگر خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{k}{x}$ ، محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع کند، مساحت مثلث OAB (O مبدأ مختصات) کدام است؟

- (۱) $\frac{k}{2}$
(۲) k
(۳) ۲k
(۴) ۴k

۱۳ مشتق تابع $y = \sqrt{2 - \sqrt{\frac{3}{x+2}}}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{12}$
(۲) $\frac{1}{12}$
(۳) $\frac{1}{24}$
(۴) $-\frac{1}{24}$

۱۴ اگر $f(x) = [3x]|x^2 - 4|$ باشد، حاصل $f'_+(2) - f'_-(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) -۸
(۳) -۴
(۴) صفر

۱۵ اگر $f(x + 2\sqrt{x}) = x^3 + x$ باشد، شیب خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

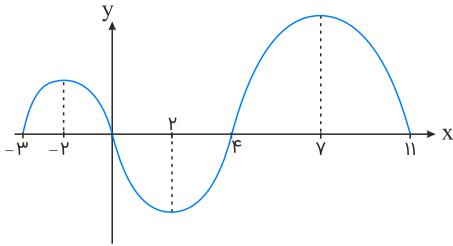
۱۶

توابع مشتق‌پذیر f و g مفروض‌اند. اگر $g(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x}$ و $(f \circ g)(x) = 5x^2 - 6x + 1$ باشند، آنگاه $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) -۴
(۴) -۸

۱۷

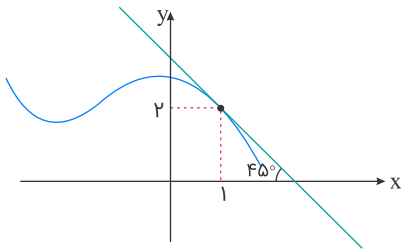
تابع f با دامنه $(-3, 11)$ در شکل زیر رسم شده است. در چند نقطه به طول صحیح a ، $f(a) \cdot f'(a) < 0$ است؟



- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۸

۱۸

نمودار تابع $y = f(x)$ و خط مماس بر آن رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) -۱
(۴) ۱

۱۹

در تابع $f(x) = \frac{2x^2}{x^3 - 4x + 5}$ ، مقدار $f'(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{4}$
(۲) $-\frac{15}{32}$
(۳) $-\frac{17}{4}$
(۴) $\frac{9}{32}$

۲۰

مقدار زاویه‌ای که خط مماس بر تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ در نقطه $x = \frac{1}{4}$ با جهت مثبت محور x می‌سازد، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$
(۲) $\frac{3\pi}{4}$
(۳) $\frac{5\pi}{6}$
(۴) $\frac{\pi}{6}$

۲۱ مشتق تابع $f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{7}{3}$
(۳) $\frac{19}{3}$
(۴) $\frac{19}{6}$

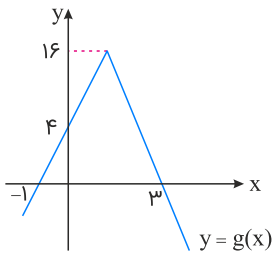
۲۲ اگر $f(x) = ax^2\sqrt[3]{3x^2-4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2) - f(x)}{x^2 + 2x - 8} = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) $-\frac{8}{3}$

۲۳ اگر $f(3) = 2f'(3) = 4$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{16 - f^2(x)}{x^2 - 2x - 3}$ کدام است؟

- (۱) -2
(۲) 2
(۳) -4
(۴) 4

۲۴ اگر $f(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^3$ و نمودار تابع $g(x)$ به شکل زیر باشد، آنگاه مشتق تابع $y = g \circ f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟



- (۱) -1
(۲) $-\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) 1

۲۵ آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم کره نسبت به شعاع r در $r = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$
(۲) 8
(۳) $8\sqrt{2\pi}$
(۴) $\frac{8}{3}\sqrt{2\pi}$

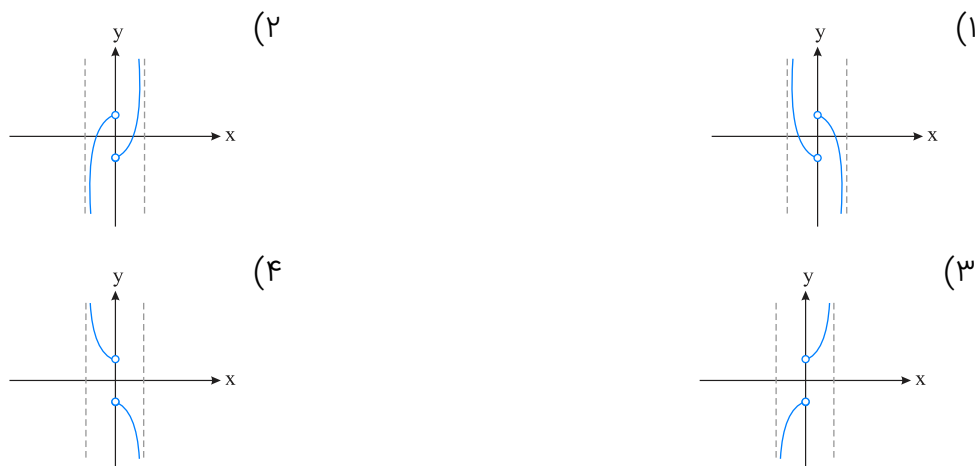
۲۶ اگر در تابع $F(x) = (2x^3 + mx^2 + 2nx + h)[x]$ ، نقطه $x_0 = 3$ مشتق‌پذیر و نقطه $x_0 = 1$ گوشه باشد، $n - m + h$ کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۱
(۳) ۲۶
(۴) ۱۷

۲۷ در تابع $f(x) = x^2 + ax + b$ می‌دانیم $f(2b-1) = f'(2b-1) = 0$ است. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

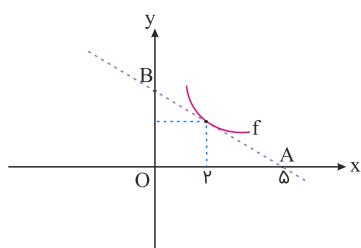
۲۸ نمودار مشتق تابع $f(x) = \sqrt{1-|x|}$ شبیه کدام شکل زیر است؟



۲۹ اگر $f'(3) = 4$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-2h) - f(3-5h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) -۱۲
(۳) ۲۸
(۴) -۲۸

۳۰ مساحت مثلث OAB در شکل زیر برابر است با δ . حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2-3h)}{4h}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{10}$
(۲) $\frac{3}{10}$
(۳) $\frac{7}{10}$
(۴) $-\frac{7}{10}$